

Projektovanje elektronskih kola

**Prof. dr Predrag Petković,
dr Miljana Milić, docent**

Katedra za elektroniku
Elektronski fakultet Niš

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
<http://leda.elfak.ni.ac.yu/>
23.03.2020.

 1

Projektovanje elektronskih kola

Sadržaj:

1. Uvod - osnovni pojmovi
2. Stilovi projektovanja i izrade prototipova
3. Projektovanje analognih kola
4. Osnove fizičkog projektovanja
(projektovanje štampanih ploča)
5. Projektovanje digitalnih kola (vežbe)

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>
23.03.2020.

 2

Da se podsetimo Projektovanje elektronskih kola

Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?

1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata (g_m , otpornost, kapacitivnost,...)
4. Proveriti da li smo dobili željeni odziv.
5. Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>
23.03.2020.

 3

Da se podsetimo Projektovanje elektronskih kola

Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?

1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata (g_m , R , C , L ...)
4. Proveriti da li smo dobili željeni odziv.
5. Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>
23.03.2020.

 4

Da se podsetimo Projektovanje elektronskih kola

Suština je u

- određivanju vrednosti parametara pojedinih komponenata kola (sinteza) i
- proveri da li je dobijen željeni odziv

Savremeni programi za optimizaciju imaju ugrađene algoritme koji omogućavaju da se vrednosti parametara određuju automatski.

Zasnovani su na poređenju dobijenog i željenog odziva i korekciji parametara na bazi osetljivosti odziva na svaki parametar.

Za proveru se koriste programi za **analizu kola**.



23.03.2020.

5

Da se podsetimo Analiza kola

Šta podrazumeva?

Odrediti odziv kola kada je poznata pobuda.

Odziv: Nepoznati naponi i struje u kolu

Pobuda: Poznate struje i naponi u kolu

Analiza:

Odrediti nepoznate napone i struje u kolu ako je poznata pobuda i vrednosti elemenata kola

6

Da se podsetimo Analiza kola

Tipovi analize?

Zavisno od **vrste pobude**, ima smisla analizirati ponašanje kola u

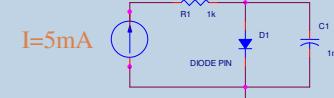
1. jednosmernom domenu (određivanje položaja jednosmerne radne tačke kola).
2. frekvencijskom domenu (frekvencijske karakteristike kola – amplitudska, fazna)
3. vremenskom domenu (talasni oblik napona/struja na izlazu kola pobuđenog impulsima poznatog talasnog oblika)

23.03.2020.

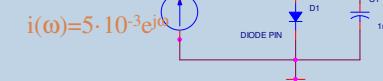
7

Da se podsetimo Tipovi analize kola

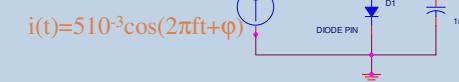
1. Jednosmerni domen
(DC analiza)



2. Frekvencijski domen
(AC analiza)



3. Vremenski domen
(TR analiza)



23.03.2020.

8

Analiza kola

Da se podsetimo

Tipovi analize?

Zavisno od **vrste elemenata od kojih se kolo sastoji**, različiti tip problema i metoda za analizu

1. Linearna otporna kola (R, linearni generatori, nezavisni i kontrolisani)
2. Linearna reaktivna kola (R, L, C, m, ...)
3. Nelinearna otporna (poluprovodničke komponente, R, ...)
4. Nelinearna reaktivna (poluprovodničke komponente, R, L, C,...)

23.03.2020.

9

Analiza kola

Da se podsetimo

Tipovi elektronskih kola

1. Linearna otporna R
2. Linearna reaktivna L, C, m, ...
3. Nelinearna otporna dioda, tranzistor, R, ...
4. Nelinearna reaktivna dioda, tranzistor, R, L, C,...

Tipovi analize kola

1. Jednosmerni domen (DC analiza)
2. Frekvencijski domen (AC analiza)
3. Vremenski domen (TR analiza)

23.03.2020.

10

Projektovanje elektronskih kola

Da se podsetimo

Analiza elektronskih kola

1. Uvod
2. Analiza linearnih kola u DC domenu (jednosmerni režim)
3. Analiza linearnih kola u AC domenu (frekvencijski domen)
4. Analiza linearnih kola u TR domenu (vremenski domen)
5. Analiza nelinearnih kola u DC domenu
6. Analiza nelinearnih kola u TR domenu

23.03.2020.

11

Analiza elektronskih kola

Da se podsetimo

Analiza elektronskih kola

1. Uvod
2. Analiza linearnih kola u DC domenu (jednosmerni režim)
3. Analiza linearnih kola u AC domenu (frekvencijski domen)
4. Analiza linearnih kola u TR domenu (vremenski domen)
5. Analiza nelinearnih kola u DC domenu
6. Analiza nelinearnih kola u TR domenu

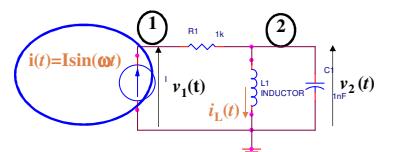
23.03.2020.

12

Da se podsetimo

Analiza kola

Ponašanje linearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom linearnih diferencijalnih jednačina



Tip kola i analize
3. Linearna reaktivna u TR domenu

09.03.2020.

13

Matematički model 3. Linearne diferencijalne jednačine

$$\begin{aligned} \frac{v_1(t) - v_2(t)}{R_1} &= i(t) \\ \frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_1} + i_L(t) + C_1 \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} &= 0 \\ v_2(t) - L \frac{\partial i_L(t)}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$

Analiza kola

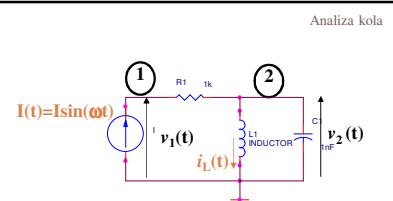
Matematički model

1. i 2. Lineare jednačine (realne i kompleksne)
3. Linearne diferencijalne jednačine
4. Nelinearne algebarske jednačine
5. Nelinearne diferencijalne jednačine

Način rešavanja sistema j-na

1. i 2. LU faktorizacija (Gauss)
3. Numeričko integraljenje - diskretizacija - svođenje na linearne algebarske (Euler)
4. Linearizacija - Iterativno svođenje na linearne algebarske (Newton-Kantorović)
5. Diskretizacija - svođenje na nelinearne algebarske i linearizacija - Iterativno svođenje na linearne algebarske

23.03.2020.

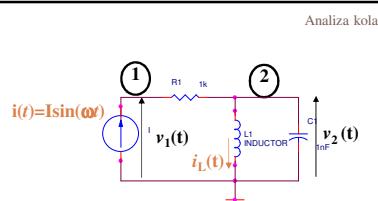


Diskretizacija vremenske ose

$$\dot{x}(t_{n+1}) = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{t_{n+1} - t_n} = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h} = \frac{x^{n+1} - x^n}{h}$$

23.03.2020.

15



$$\frac{v_1(t_{n+1}) - v_2(t_{n+1})}{R_1} = i(t_{n+1})$$

$$\frac{v_2(t_{n+1}) - v_1(t_{n+1})}{R_1} + i_L(t_{n+1}) + C_1 \frac{v_2(t_{n+1}) - v_2(t_n)}{h} = 0$$

$$v_2(t_{n+1}) - L \frac{i_L(t_{n+1}) - i_L(t_n)}{h} = 0$$

Analiza kola

$$\begin{aligned} \frac{v_1(t) - v_2(t)}{R_1} &= i(t) \\ \frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_1} + i_L(t) + C_1 \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} &= 0 \\ v_2(t) - L \frac{\partial i_L(t)}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$

23.03.2020.

16

Analiza kola

$$i(t) = I \sin(\omega t)$$

$$v_1(t)$$

$$i_L(t)$$

$$L_1 \text{ INDUCTOR}$$

$$C_1 \text{ CAPACITOR}$$

$$v_2(t)$$

$$\frac{1}{R_1} v_1^{n+1} - \frac{1}{R_1} v_2^{n+1} = i^{n+1}$$

$$-\frac{1}{R_1} v_1^{n+1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{C_1}{h} \right) v_2^{n+1} + i_L^{n+1} = \frac{C_1}{h} v_2^n$$

$$v_2^{n+1} - \frac{L}{h} i_L^{n+1} = -\frac{L}{h} i_L^n$$

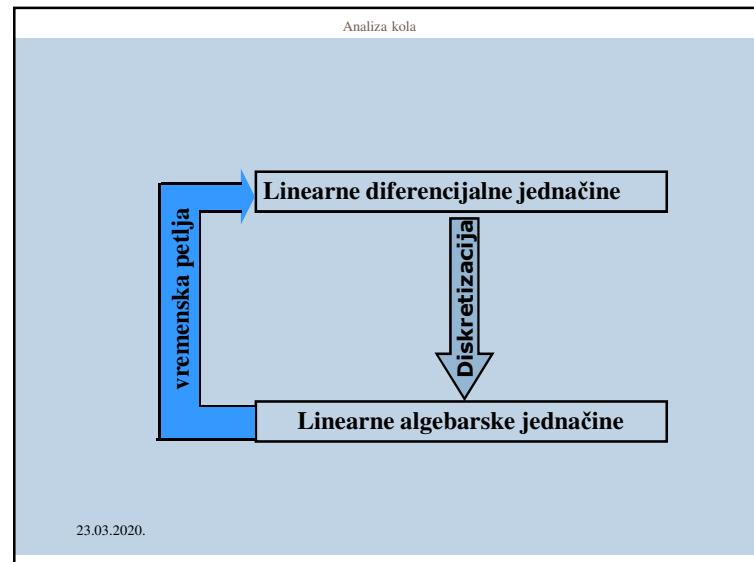
Sistem linearnih jednačina

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{C_1}{h} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{L}{h} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1^{n+1} \\ v_2^{n+1} \\ i_L^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i^{n+1} \\ \frac{C_1}{h} v_2^n \\ -\frac{L}{h} i_L^n \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{G}} \cdot \underline{\mathbf{v}}^{n+1} = \underline{\mathbf{i}}^n$$

23.03.2020.

17



Analiza kola

Specifičnosti analize u vremenskom domenu

Diskretizacija vremenske ose.

Zadati vreme završetka analize.

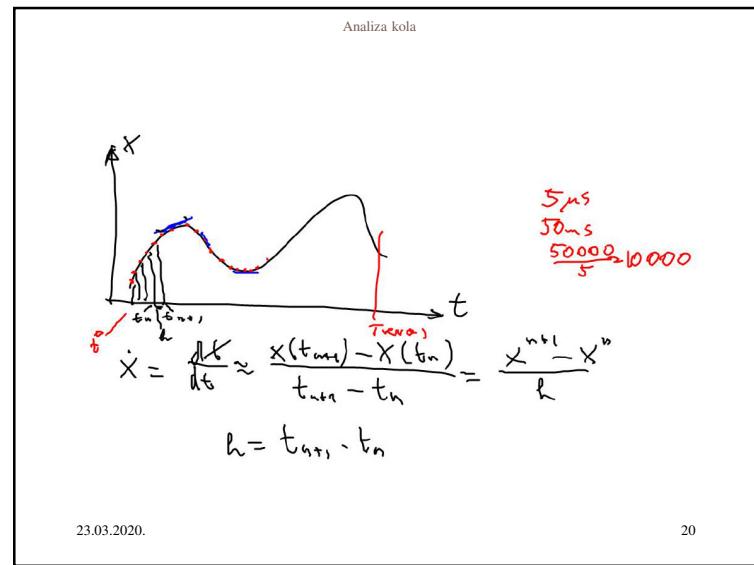
Rešenje u trenutku $t=t_{n+1}$, zasnovano je na rešenju u prethodnom trenutku, za $t=t_n$.

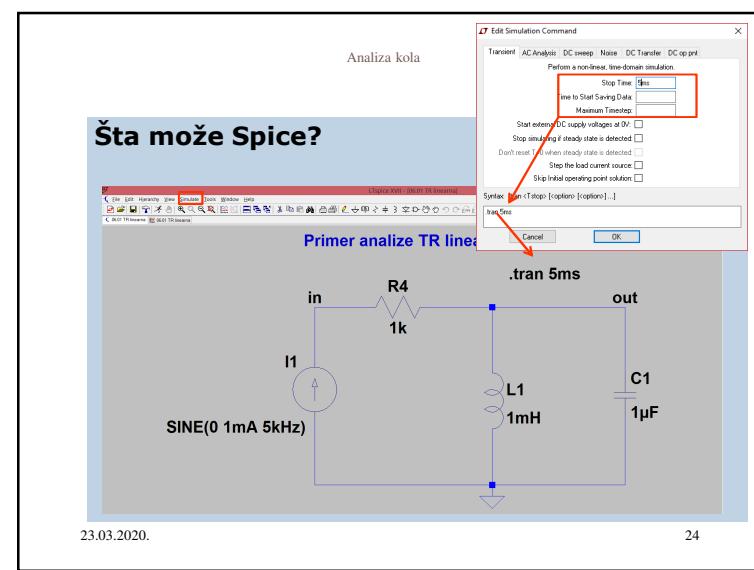
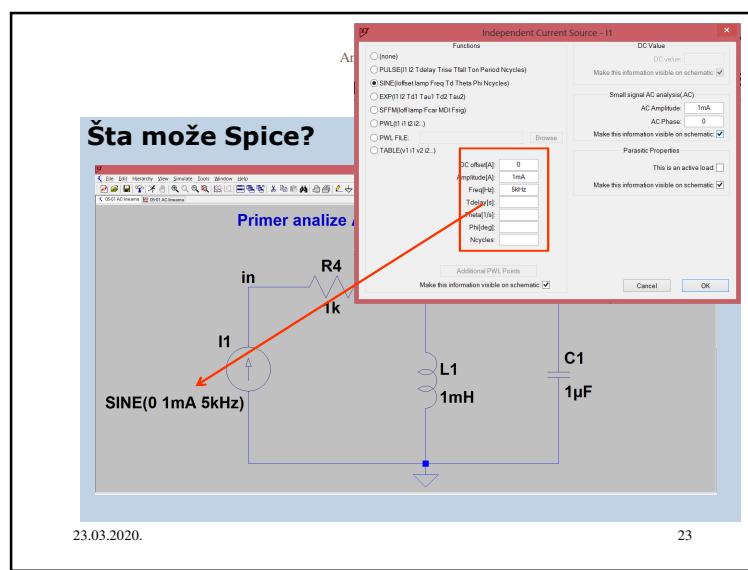
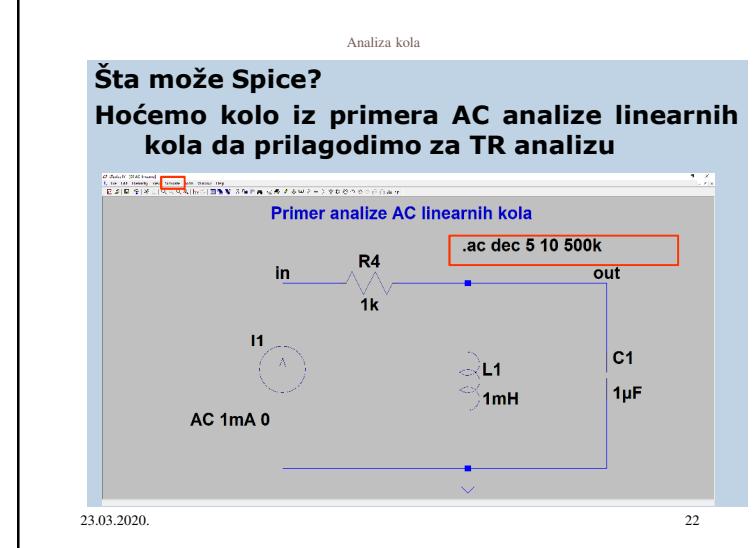
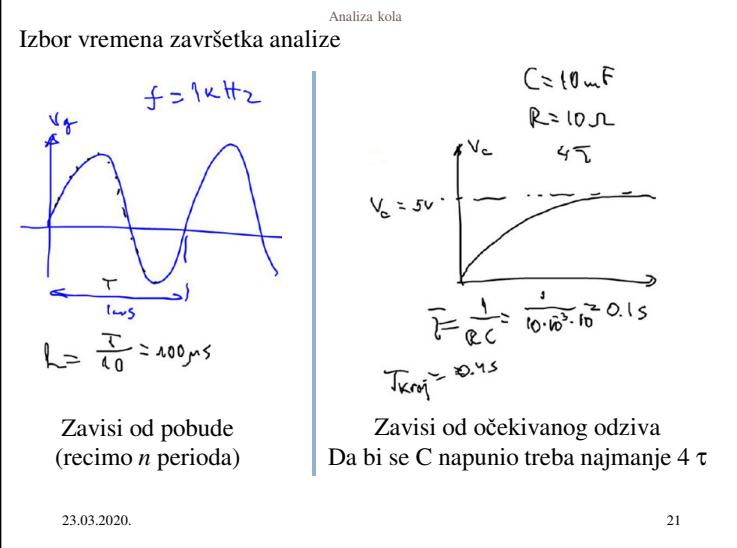
Potrebno je definisati granične uslove za $t=0$.

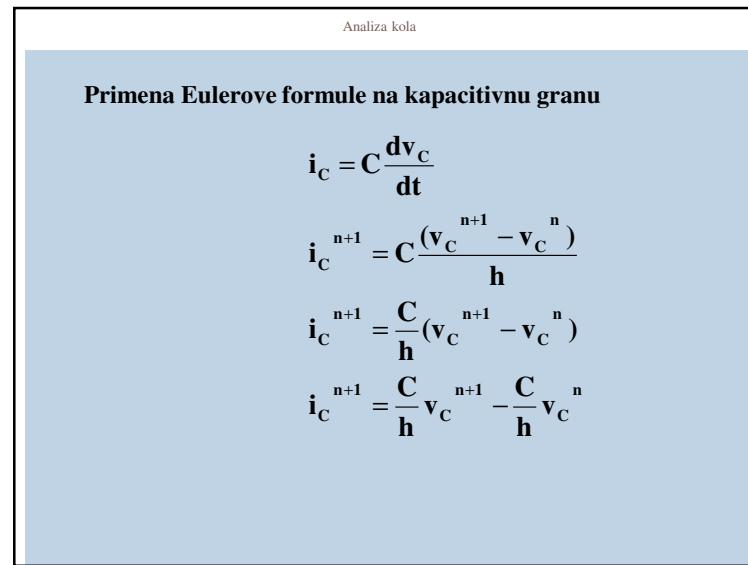
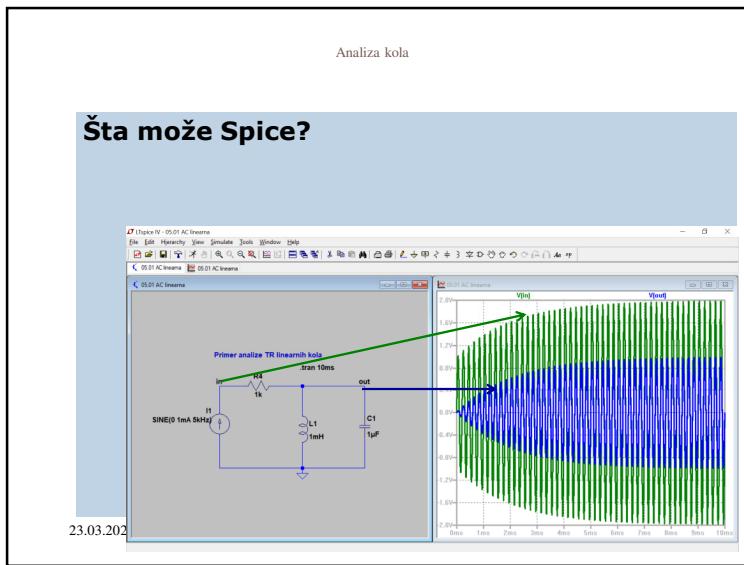
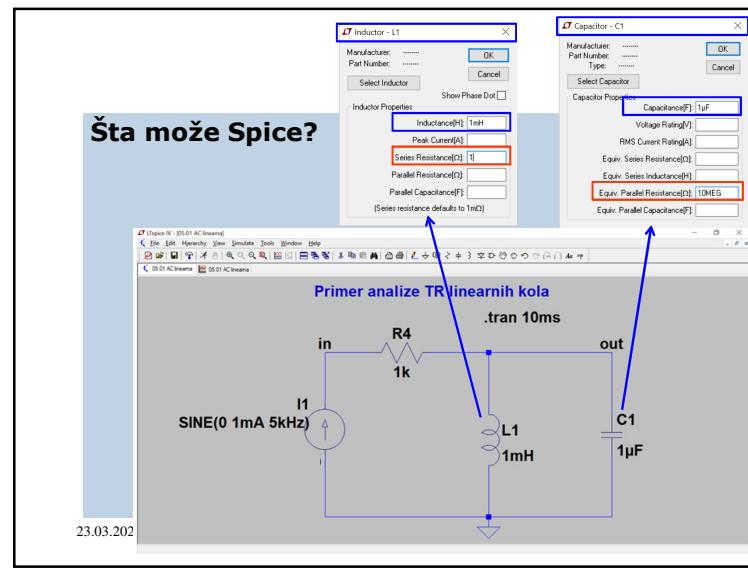
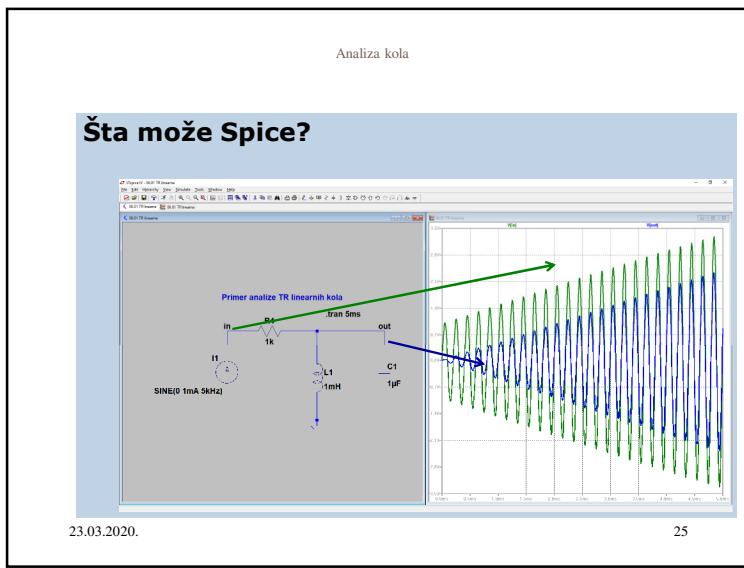
Za analizu kola u intervalu do 50ms sa korakom 5μs potrebno je formirati i rešiti sistem linearnih algebarskih jednačina 10 000 puta!

23.03.2020.

20





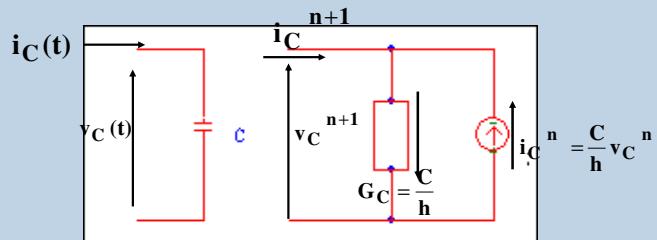


Primena Eulerove formule na kapacitivnu granu

$$i_C^{n+1} = \frac{C}{h} v_C^{n+1} - \frac{C}{h} v_C^n$$

Struja $i_C(t_{n+1})$ ima dve komponente:

Jedna zavisi od napona $v_C(t_{n+1})$ a druga od $v_C(t_n)$



Analiza greške diskretizacije

Intuitivno je jasno (a znanja iz numeričke matematike to potvrđuju) da diskretizacija unesi određenu grešku, i da može da se očekuje da greška bude manja ako je korak diskretizacije manji i ako je promena sporija.

Želimo da utvrdimo

- koliko iznosi greška i
- od čega zavisi.

23.03.2020.

30

Analiza greške diskretizacije

Neka je $x(t_{n+1})$ tačna vrednost
a x^{n+1} izračunata vrednost pomenljive x .
Tada je lokalna greška zaokruživanja
(Local truncation Error, LTE)

$$\epsilon_x = x(t_{n+1}) - x^{n+1}$$

23.03.2020.

31

Analiza greške diskretizacije

Razvojem funkcije $x(t)$ u Tajlorov red u okolini
tačke $t=t_{n+1}$ dobija se

$$x(t) = x(t_{n+1}) + (t - t_{n+1}) \dot{x}|_{t=t_{n+1}} + \frac{1}{2} (t - t_{n+1})^2 \ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots$$

za $t = t_n$

$$x(t_n) = x(t_{n+1}) + (t_n - t_{n+1}) \dot{x}|_{t=t_{n+1}} + \frac{1}{2} (t_n - t_{n+1})^2 \ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots$$

$h = t_{n+1} - t_n$,

$$x(t_n) = x(t_{n+1}) - h \dot{x}|_{t=t_{n+1}} + \frac{1}{2} h^2 \ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots$$

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + h \dot{x}|_{t=t_{n+1}} - \frac{1}{2} h^2 \ddot{x}|_{t=t_{n+1}} - \dots$$

Analiza kola
Analiza greške diskretizacije

Na osnovu

$$\dot{x}(t_{n+1}) = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{t_{n+1} - t_n} = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h} = \frac{x^{n+1} - x^n}{h}$$

sledi da je približna vrednost promenljive x u trenutku $t=t^{n+1}$

$$x^{n+1} = x^n + h\dot{x}|_{t=t_{n+1}}$$

Dok je tačna vrednost u tom trenutku

$$\left(x(t_{n+1}) \cong x(t_n) + h\dot{x}|_{t=t_{n+1}} - \frac{1}{2}h^2\ddot{x}|_{t=t_{n+1}} \right)$$

Analiza kola

Ako se pretpostavi da je u $t=t_n$, poznato tačno rešenje i da je $x(t_n)=x^n$, tada je

$$\varepsilon_{Tx} = x(t_{n+1}) - x^{n+1}$$

$$\left(x(t_{n+1}) \cong x(t_n) + h\dot{x}|_{t=t_{n+1}} - \frac{1}{2}h^2\ddot{x}|_{t=t_{n+1}} \right) - x^{n+1} = x^n + h\dot{x}|_{t=t_{n+1}}$$

$$\varepsilon_{Tx} = \left(x(t_n) + h\dot{x}|_{t=t_{n+1}} - \frac{1}{2}h^2\ddot{x}|_{t=t_{n+1}} \right) - \left(x^n + h\dot{x}|_{t=t_{n+1}} \right) = -\frac{1}{2}h^2\ddot{x}|_{t=t_{n+1}}$$

23.03.2020.

34

Analiza kola
Analiza greške diskretizacije

$$\varepsilon_{Tx} = x(t_{n+1}) - x^{n+1} = -\frac{1}{2}h^2\ddot{x}|_{t=t_{n+1}}$$

Lokalna greška zaokruživanja (local truncation error LTE)

proporcionalna je kvadratu veličine koraka h i
brzini promene "nagiba" signala u vremenu \ddot{x} ,
(drugom izvodu)

Vremenski korak h ↘ \Rightarrow LTE ↘
Promena brzine odziva ↘

Analiza kola
Analiza greške diskretizacije

Tokom izračunavanja izvoda pravi se, takođe,
lokalna greška zaokruživanja izvoda

$$\varepsilon_{Td} = \dot{x}(t_{n+1}) - \dot{x}^{n+1}$$

$$x(t) = x(t_{n+1}) + (t - t_{n+1})\dot{x}|_{t=t_{n+1}} + \frac{1}{2}(t - t_{n+1})^2\ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots$$

za $t = t_n$

$$x(t_n) = x(t_{n+1}) + (t_n - t_{n+1})\dot{x}|_{t=t_{n+1}} + \frac{1}{2}(t_n - t_{n+1})^2\ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots$$

$h = t_{n+1} - t_n$,

$$\dot{x}|_{t=t_{n+1}} = \dot{x}(t_{n+1}) = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h} + \frac{1}{2}h\ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots$$

Analiza kola
Analiza greške diskretizacije

Znajući da je

$$\dot{x}^{n+1} = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h}$$

sledi

$$\epsilon_{Td} = \dot{x}(t_{n+1}) - \dot{x}^{n+1}$$

$$\epsilon_{Td} = \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h} + \frac{1}{2} h \ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots - \frac{x(t_{n+1}) - x(t_n)}{h}$$

$$\epsilon_{Td} = \frac{1}{2} h \ddot{x}|_{t=t_{n+1}} + \dots$$

$$\epsilon_{Td} \approx \frac{1}{2} h \ddot{x}|_{t=t_{n+1}}$$

Analiza kola

Analiza greške diskretizacije

Lokalna greška zaokruživanja izvoda (LTE izvoda)

proporcionalna je veličini koraka **h** i
brzini promene nagiba signal u vremenu **\ddot{x}**
(drugom izvodu)

Vremenski korak **h** ↘
Promena brzine odziva ↘ \Rightarrow **LTE izvoda** ↘

Analiza kola

Analiza greške diskretizacije

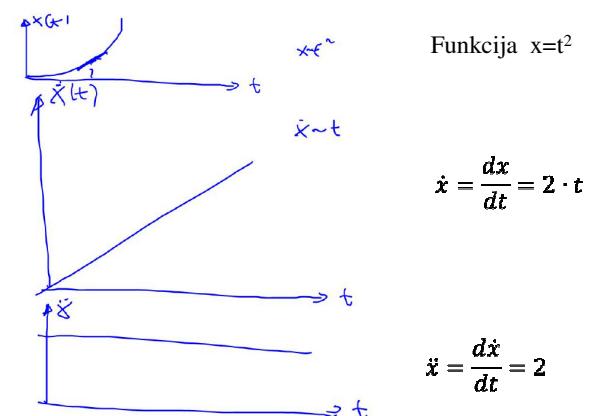
$$\epsilon_{Tx} = x(t_{n+1}) - x^{n+1} = -\frac{1}{2} h^2 \ddot{x}|_{t=t_{n+1}}$$

$$\epsilon_{Td} = \frac{1}{2} h \ddot{x}|_{t=t_{n+1}}$$

Greška je manja za monotone odzive jer
se izvod aproksimira pravom linijom

Analiza kola

Da se podsetimo: prvi i drugi izvod funkcije



Izbor koraka diskretizacije**Izbor veličine koraka diskretizacije**

Kako izabrati pravu veličinu koraka?

Korak se bira na osnovu vrednosti elemenata kola i/ili na osnovu brzine promene signala pobude.

Analiza greške diskretizacije

Brzina promene signala u kolu zavisi od vrednosti vremenskih konstanti u kolu.

Dobra je praksa da se izabere korak $h < \tau/100$ gde je τ lokalna vremenska konstanta.

Bira se najmanji korak

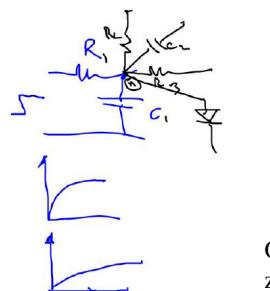
Naravno, ako je ograničavajuća promena u kolu diktirana brzinom pobude, tada se izabere korak koji je u stanju da prati pobudu.

23.03.2020.

42

Veličina koraka analize $h < \tau/100$

τ_n lokalna vremenska konstanta za čvor n



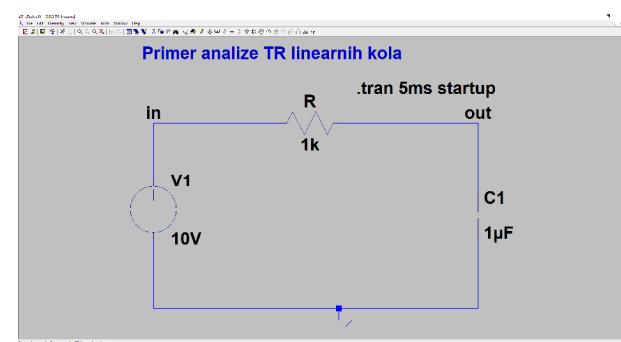
$$\bar{I}_n = \frac{1}{(R_1 + R_2 + R_3)(C_1 + C_2)}$$

Otpornost diode – r_d – menja se u zavisnosti od režima



23.03.2020.

43

Primer**RC kolo $\tau=1\text{ms}$** 

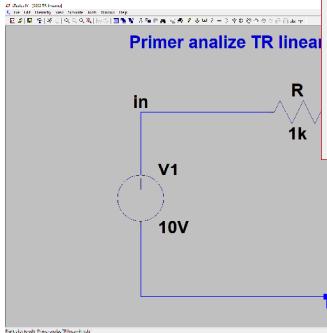
23.03.2020.

44

Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

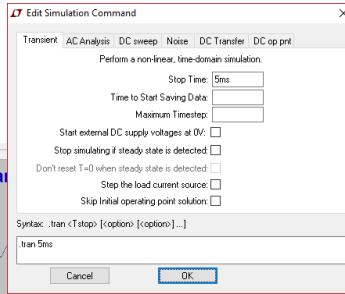
Primer

RC kolo $\tau=1\text{ms}$



23.03.2020.

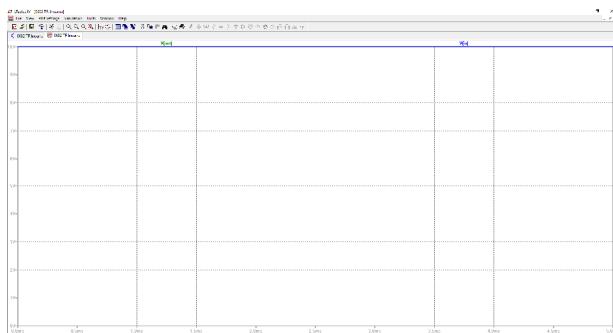
45



Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Primer

RC kolo $\tau=1\text{ms}$



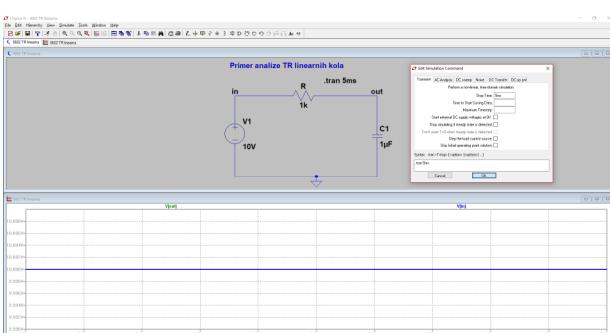
23.03.2020.

46

Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Primer

RC kolo $\tau=1\text{ms}$



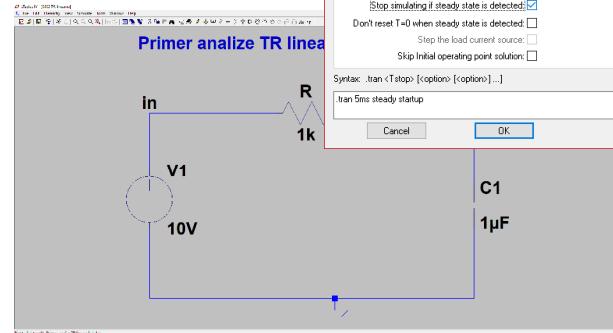
23.03.2020.

47

Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Primer

RC kolo $\tau=1\text{ms}$



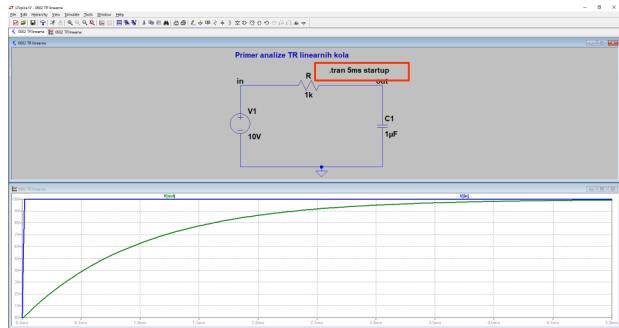
23.03.2020.

48

Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Primer

RC kolo $\tau=1\text{ms}$



23.03.2020.

49

Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Primer

RC kolo $\tau=1\text{ms}$

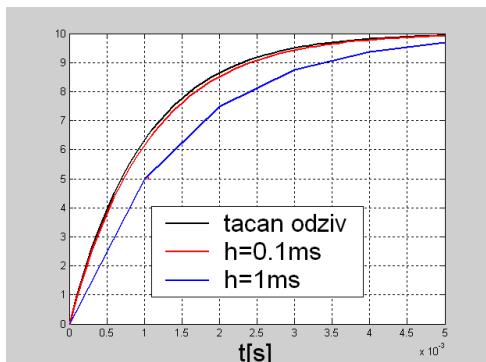
t	tačno	$h=0.01\text{ms}$	$h=0.1\text{ms}$	$h=1\text{ms}$
0	0	0	0	0
$1E-5$	9.900498	9.0099		
$1E-4$	9.04837	9.05287	9.09091	
$1E-3$	3.67879	3.69711	3.85543	5.00000

23.03.2020.

50

Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Odziv RC kola $\tau=1\text{ms}$

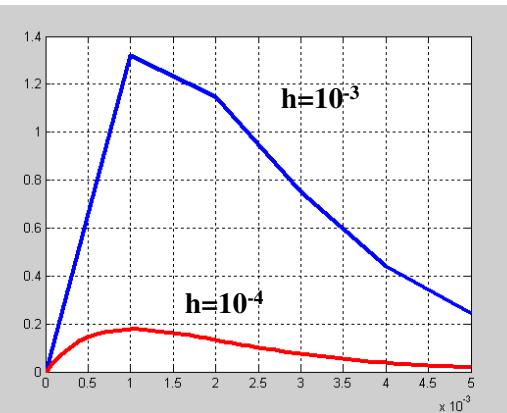


23.03.2020.

51

Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

apsolutna greška

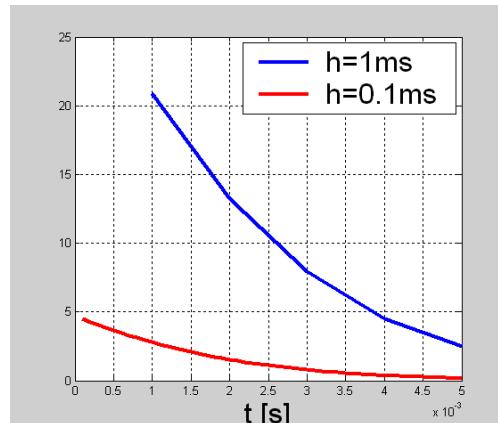


23.03.2

52

•Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

relativna greška



23.03.2020.

•Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Analiza greške diskretizacije

Greška je proporcionalna veličini koraka h i brzini promene nagiba \ddot{x} signala

Da bi se zadržala konstantna greška, treba smanjiti korak tamo gde je brzina promene signala veća i obrnuto.

Ovo je iskorišćeno u algoritmima za automatsku kontrolu koraka (Spice)

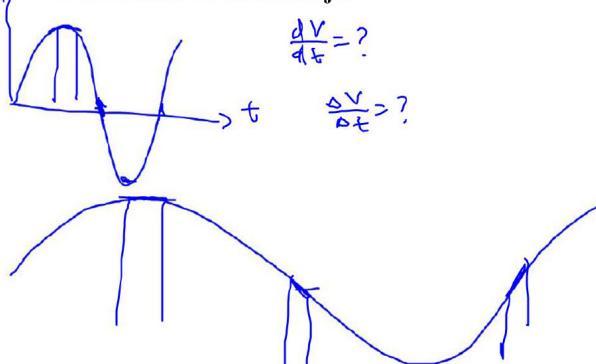
23.03.2020.

54

•Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Gde je prvi izvod najveći za sinusnu pobjudu?

✓ Kako zavisi od frekvencije?



13.03.2017.

73

•Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Analiza greške diskretizacije

Primer:

Neka je odziv sinusna funkcija sa amplitudom $V=4V$ i periodom $T=5ms$. Odrediti minimalni korak da bi maksimalna LTE bila $\epsilon_{Tx}=10^{-4}V$ dobija se:

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{Tx}}{\ddot{x}}}$$

$$\ddot{x} = 4 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin \frac{2\pi}{T} t = 6,3 \cdot 10^6 V/s^2 \Rightarrow h_{\min} = 5,6 \mu s$$

$$N = \frac{T}{h} = \frac{5ms}{5,6 \mu s} \approx 892$$

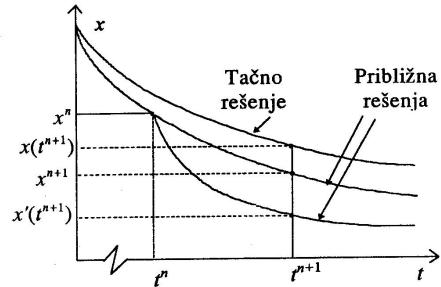
Za jednu periodu !!!

23.03.2020.

56

*Analiza linearnih kola u vremenskom domenu

Analiza greške diskretizacije



Greška može da se nagomilava

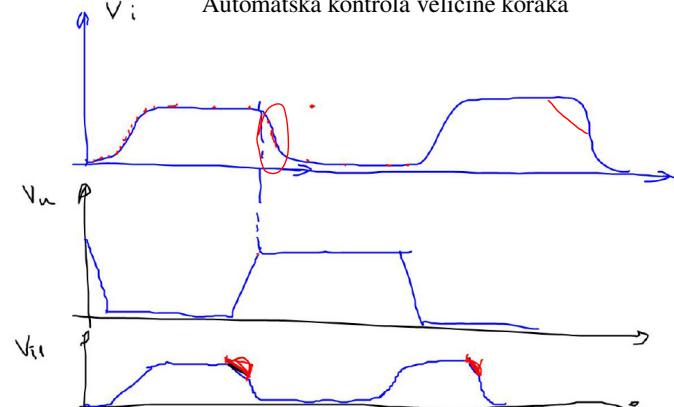
Ukoliko se ne povećava greška kaže se da je rešenje stabilno

23.03.2020.

57

Analiza kola

Automatska kontrola veličine koraka



23.03.2020.

58

Analiza linearnih kola u TR domenu

Šta treba da znamo?

Elementarno (za potpis)

Šta se dobija kao rezultat analize u vremenskom domenu?

Osnovna (za 6)

1. Koje parametre treba zadati da bi se u programu Spice analiziralo kolo u TR domenu?
2. Šta se aktivira naredbom .IC u programu Spice (odnosno deaktivira sa UIC u programu LTspice)

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation
23.03.2020. <http://leda.elfak.ni.ac.rs/>

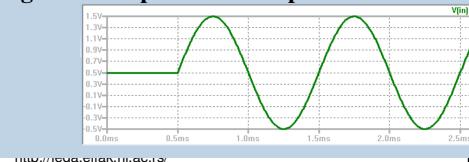


59

Analiza linearnih kola u TR domenu

Ispitna pitanja

- a) Od čega zavisi lokalna greška zaokruživanja pri TR analizi?
- b) Odrediti minimalni korak diskretizacije da bi maksimalna LTE bila $\epsilon_{TR} = 10^{-3}V$, ako je odziv sinusna funkcija sa amplitudom $V=4V$ i periodom $T=5ms$.
- c) Koje tipovi talasnih oblika mogu da se zadaju naponskim/strujnim generatorima u programu Spice?
- d) Koje parametre treba zadati pobudnom generatoru u programu LTspice da bi se opisala sinusoida sa slikom:



<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>

60

Analiza linearnih kola u TR domenu

Ispitna pitanja

- e) Koje parametre treba zadati pobudnom generatoru u programu LTspice da bi se opisao talasni oblik sa slike?



- f) Koje parametre treba zadati pobudnom generatoru u programu Spice da bi se opisao talasni oblik sa slike?

